

# LII Mała Olimpiada Matematyczna – treści zadań



Etap szkolny (16 stycznia 2020 r.)

Klasy po szkole podstawowej: 1 LO oraz klasa 1 Technikum

## Zadanie 1.

Wiemy, że  $a \in (1, 2)$ ,  $b \in (-1, 1)$ ,  $c \in (-2, -1)$ . Udowodnij, że  $ab + c \in (-4, 1)$ .

## Zadanie 2.

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność:

$$x^2 + 17y^2 + 9 \geq 8xy - 6y.$$

## Zadanie 3.

W trójkącie  $ABC$  punkty  $D, E$  są środkami boków odpowiednio  $BC$  i  $AC$  (patrz rysunek).

Odcinki  $AD$  i  $BE$  są prostopadłe i przecinają się w punkcie  $G$ .

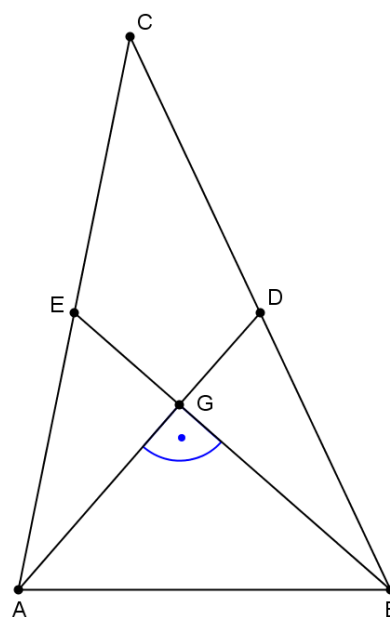
Wyznacz długość boku  $AB$  wiedząc, że

$$|AG| : |GD| = 2 : 1,$$

$$|BG| : |GE| = 2 : 1,$$

$$|AC| = b,$$

$$|BC| = a.$$



## Zadanie 4.

W trójkącie ostrokątnym  $ABC$  kąt  $ABC$  ma miarę  $60^\circ$  natomiast  $AD$  i  $CE$  są wysokościami tego trójkąta. Punkt  $F$  jest środkiem boku  $AC$ . Udowodnij, że trójkąt  $DEF$  jest równoboczny.

**Organizator:**



KURATORIUM OŚWIATY  
W OPOLU

**Patronat:**



INSYTUT  
MATEMATYKI I INFORMATYKI  
UNIwersytetu OPOLSKIEGO