

LII Mała Olimpiada Matematyczna – treści zadań



Zawody wojewódzkie (7 marca 2020 r.)

Klasy 2 LO oraz klasa 3 Technikum

Zadanie 1.

Wyznacz wszystkie wartości parametru $a \in R$, dla którego równanie

$$(|x - a| - 2)(ax^2 - 4ax - 3x + 12) = 0$$

ma dokładnie trzy różne rozwiązania.

Zadanie 2.

Trójkąt ABC przecięto prostą DE równoległą do podstawy AB . Punkt D należy do boku BC , natomiast E do boku AC . Otrzymano trapez $ABDE$, którego przekątne AD i BE są prostopadłe.

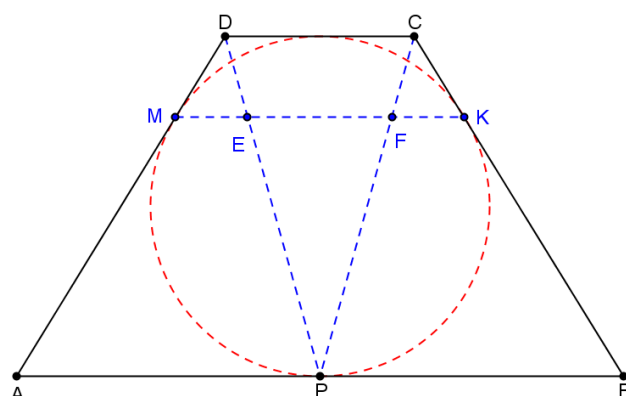
Wiedząc, że $|\sphericalangle ACB| = \alpha$ i $|AB| = a$ oraz $|DE| = b$ udowodnij, że pole trapezu $ABDE$ wynosi

$$P_{ABDE} = \frac{(a + b)ab}{2(a - b)} \operatorname{tg} \alpha.$$

Zadanie 3.

Równoramienny trapez $ABCD$ ($AB \parallel CD$) jest opisany na okręgu. Okrąg ten jest styczny z podstawą AB w punkcie P , a z ramionami AD i BC w punktach odpowiednio M i K . Proste PD i PC przecinają odcinek MK w punktach odpowiednio E i F (patrz rysunek).

Oblicz długość odcinka EF wiedząc, że $|MK| = m$.



Zadanie 4.

Rozwiąż równanie

$$\frac{x^5}{(x - 2)^2} + \frac{(x - 2)^2}{x} = 2x^2.$$

Organizator:



KURATORIUM OŚWIATY
W OPOLU

Patronat:



INSYTUT
MATEMATYKI I INFORMATYKI
UNIwersytetu OPOLSKIEGO